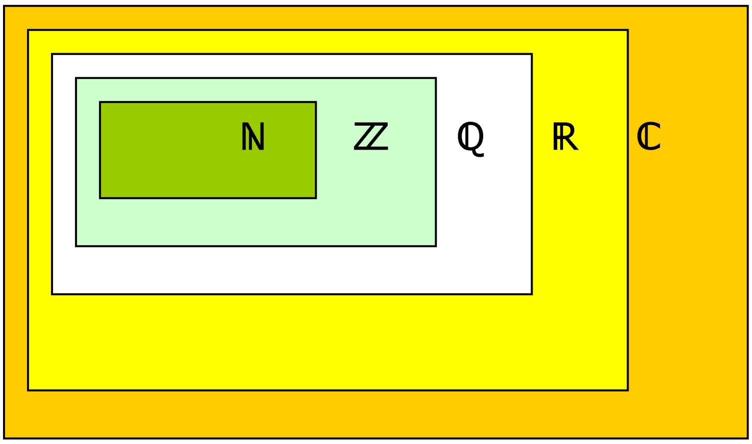
Conjuntos Numéricos Fundamentais

Entendemos por conjunto numérico, qualquer conjunto cujos elementos são números. Existe um número infindável de conjuntos numéricos, entre os quais, os chamados conjuntos numéricos fundamentais, a saber:



Legenda:

ℕ ______________________

ℤ ______________________

ℚ ______________________

ℝ ______________________

ℂ ______________________

Exemplo

$2005 \in \mathbb{N}$, $0 \notin \mathbb{N}$, $0 \in \mathbb{Z}$, $-501 \in \mathbb{Z}$, $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$, $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$, $-\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$, $\frac{12}{5} \in \mathbb{Q}$

$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$, $e \in \mathbb{R}$ (nº de Neper), $\pi \in \mathbb{R}$, $\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$, $\sqrt{-4} = 2i \in \mathbb{C}$

Regras operatórias - sinais

Para adicionar dois números com o mesmo sinal:

- Adicionam-se os seus valores absolutos
- Dá-se o mesmo sinal

Para adicionar dois números com sinais contrários:

- Subtraem-se os seus valores absolutos
- Dá-se o sinal do que tiver maior valor absoluto

Exemplos

$2 + 3 =$ ___

$-2 - 3 =$ ___

$2 - 3 =$ ___

$-2 + 3 =$ ___

$(-a)\, b = a\, (-b) =$ ____

$(-a)\,(-b) =$ ____

$-(-a) =$ ____

$-(a + b) =$ ______

$-(a - b) =$ ______

$-(-b + c) =$ ____ $\quad \forall a,b,c \in \mathbb{R}$

$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} =$ $\quad \forall a,b \in \mathbb{R}$

$\frac{-a}{-b} =$ $\quad$ onde $b \neq 0$

Atenção!

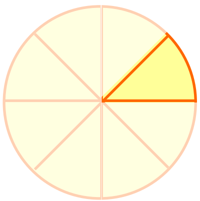
$100x - 2x = 98x$

$100x\,(-2x) = -200x^2$

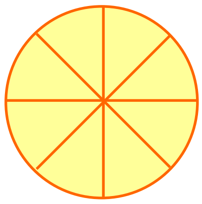
Frações

Uma fração é um quociente $\frac{p}{q}$ onde p se diz o numerador e $q \neq 0$ se diz o denominador.

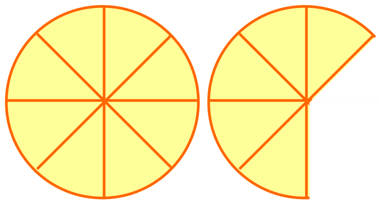
Exemplos



$\frac{1}{8} < 1$



$\frac{8}{8} = 1$



$\frac{13}{8} > 1$

Ordenação de frações

Se $a < b$ então $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, para $c \neq 0$. Se $a < b$ $a, b \neq 0$ então $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$.

Exemplos

Para ordenar outras frações é necessário reduzir primeiro ao mesmo denominador.

$\frac{71}{2} > \frac{17}{2}$ $\quad \frac{17}{2} > \frac{17}{3}$ $\quad \frac{51}{6} = \frac{17}{2} .... \frac{71}{3} = \frac{142}{6}$

Operações com frações

O quociente de *a* por *b* é: $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{\quad}{}$ onde $b \neq 0$

Igualdade de duas frações: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{\quad}{} = \frac{\quad}{}$ onde $b, d \neq 0$

Para multiplicar frações: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{\quad}{}$ onde $b, d \neq 0$

Para dividir frações: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\quad}{}$ onde $b, c, d \neq 0$

Para somar ou subtrair frações é necessário reduzir ao mesmo denominador:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{\quad}{} \pm \frac{\quad}{} = \frac{\qquad\quad}{}$$ onde $b, d \neq 0$

Simplificação de frações

Só é possível simplificar frações quando há produtos no numerador e no denominador com um factor comum $\frac{a \cdot b}{a \cdot c} = \frac{\cancel{a} \cdot b}{\cancel{a} \cdot c} = \frac{b}{c}$ onde $a, c \neq 0$

Exemplos

$\frac{12}{15} = \ldots$ $\frac{3x^2}{5x} = \ldots$ $\frac{14r^5 - 49r^2}{21r^4} = \ldots$ $\frac{x^4(x+1)^2}{-x-1} = \ldots$ Note $\frac{x+3}{x} \neq 3,$ $\frac{x+3}{x} = 1 + \frac{3}{x}$

Percentagens

A fração $\frac{p}{100}$ representa-se por $p\%$, $p \in \mathbb{R}$. Calcular $p\%$ de x significa "qual a parte de x que corresponde a p como uma parte de 100".

Exemplos

$0,1 = \ldots\ldots\%$ $1 = \ldots\ldots.\%$ $\frac{1}{2} = \ldots\ldots.\%$ $0,025 = \ldots\ldots.\%$

1. Um artigo cujo preço é 25€ está com um desconto de 20%.
   a) Qual o valor do desconto?

   25 – 100

   x – 20 $x = \frac{25 \times 20}{100} = 5$

   b) Qual o preço do artigo com desconto?

   Preço = 25€ - 5€ = 20€

Outra forma de calcular directamente o preço com desconto:

O preço com desconto corresponde a 100%-20%=80% do preço marcado, logo

25 – 100

x – 80 $x = \frac{25 \times 80}{100} = 20$

2. Um computador custa 50€ já com IVA à taxa de 23%.
   Qual o valor do computador sem IVA?

Potências

$a^2 = a \cdot a$

$a^3 = a \cdot a \cdot a$

...

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n}$

$a^{-1} = \dfrac{1}{a}$

$a^{-2} = \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{1}{a \cdot a}$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n$

$p \cdot a^{-n} = \dfrac{p}{a^n}$

Regras de potências

$a^p \times a^q =$

$a^p \times b^p =$

$\dfrac{a^p}{a^q} =$

$\dfrac{a^p}{b^p} =$

$\left(a^p\right)^q =$

$a^{-p} =$

$a^{\frac{1}{n}} =$

$a^{\frac{p}{n}} =$

$a^1 =$

$1^p =$

$a^0 =$

$0^p =$ (se $p \neq 0$)

$\forall a,b \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \quad \forall p,q \in \mathbb{Q} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Não há regras para adição ou subtracção de potências!!

Radicais

$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$ $\qquad \sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$ $\qquad$ (para n par, $x \geq 0$)

Os radicais são potências, por isso as suas regras operatórias obtêm-se directamente das regras de potências.

Interpretar potências fracionárias é importante para a manipulação de expressões algébricas. No entanto, vejamos o seguinte exemplo:

Exemplo

Como determinar o valor de $\left(\dfrac{4}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$?... qual o significado?

Multiplicação por potências de 10

Multiplicação por 10, 100, 1000, …	**Divisão por 0,1; 0,01; 0,001, …**
$2,34\times 10=23,4$	$2,34\div 0,1=2,34\times 10=23,4$
$5,25\times 1\underbrace{00}_{\text{2 casas}}0=5\underbrace{25}_{\text{2 casas}}0$ $\left(5,25\times 10^3=5250\right)$	$5,25\div 0,001=5,25\times 1\underbrace{00}_{\text{2 casas}}0=5\underbrace{25}_{\text{2 casas}}0$

Multiplicação por 0,1; 0,01; 0,001, …	**Divisão por 10, 100, 1000, …**
$392\times 0,1=39,2$	$392\div 10=392\times 0,1=39,2$
$325\times 0,\underbrace{0001}_{\text{4 casas}}=0,\underbrace{0325}_{\text{4 casas}}$ $\left(325\times 10^{-4}=0,\underbrace{0325}_{\text{4 casas}}\right)$	$325\div 1\underbrace{0\ 000}_{\text{4 zeros}}=325\times 0,\underbrace{0001}_{\text{4 casas}}=0,\underbrace{0325}_{\text{4 casas}}$

Notação científica

Diz-se que um número está escrito em notação científica se está escrito na forma:

$$a\times 10^n,\quad 1\le |a|<10,\quad n\in \mathbb{Z}.$$

Exemplos

Escreva em notação científica:

a) 12×10^2 = …

b) 1000 = …

c) $0,023\times 10^3$ = …

Operações com números em notação científica

Multiplicação	**Divisão**
$\left(2,34\times 10^5\right)\times\left(3,1\times 10^{-3}\right)=2,34\times 3,1\times 10^5\times 10^{-3}$ $=7,254\times 10^{5-3}=7,254\times 10^2$	$\dfrac{\left(4,25\times 10^5\right)}{\left(2\times 10^{-3}\right)}=2,125\times 10^{5-(-3)}=2,125\times 10^8$
$\left(2\times 10^{-6}\right)\times\left(7,5\times 10^3\right)=(\qquad)\times(\qquad)$	$\dfrac{\left(2,31\times 10^{-3}\right)}{\left(2,31\times 10^{-5}\right)}=(\qquad)\times(\qquad)$
Adição	**Subtracção**
$\left(2,34\times 10^3\right)+\left(1,25\times 10^{-3}\right)=2340+0,00125$ $=2340,00125=2,34000125\times 10^3$	$\left(9,87\times 10^{-3}\right)+\left(8,45\times 10^{-2}\right)=0,00987+0,0845$ $=0,09437=9,437\times 10^{-2}$
$\left(2\times 10^{-6}\right)+\left(7,5\times 10^3\right)=$	$\left(2,31\times 10^{-3}\right)-\left(2,31\times 10^{-5}\right)=$

Fonte: Isabel Cristina Lopes e Aldina Correia – 2005 - *Ficha Formativa nº1 – Projecto piloto de Recuperação a Matemática*

Financiado pela União Europeia NextGenerationEU