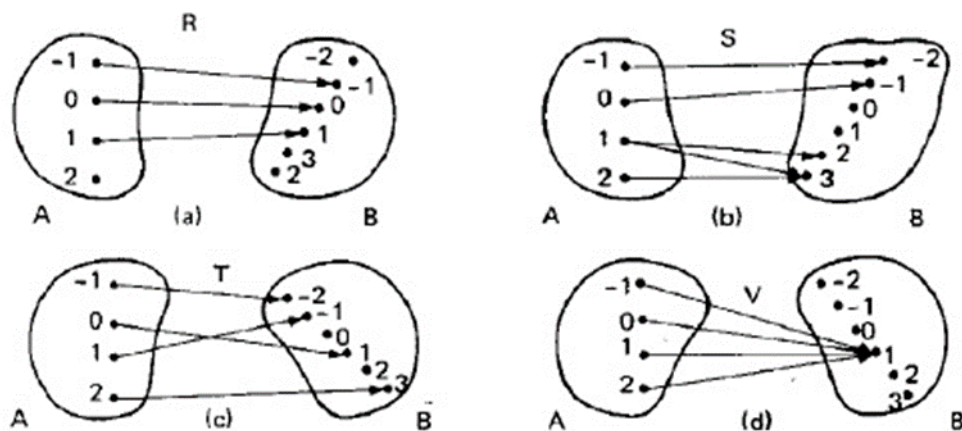


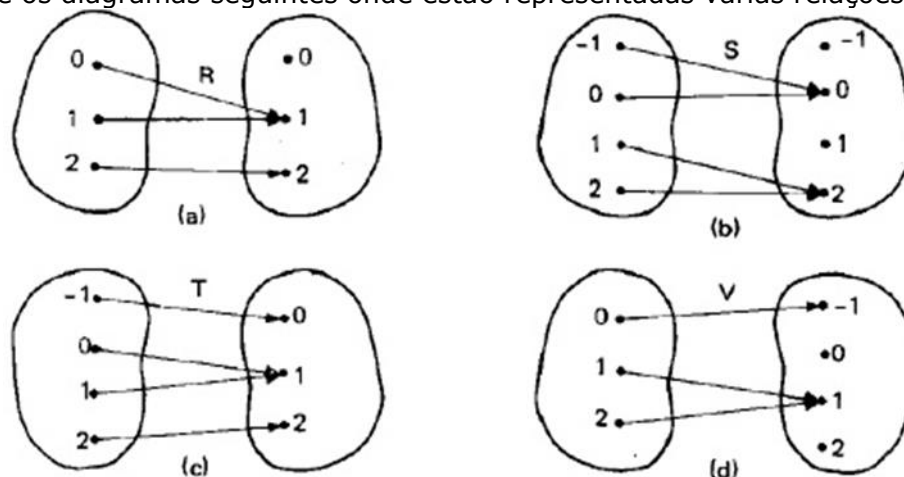
Conceitos Gerais sobre Funções

1. Considere os diagramas seguintes onde estão representadas relações de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$



- 1.1. Indique quais dos diagramas seguintes definem funções de A em B.
 1.2. Indique o contradomínio dessas funções.
 1.3. Entre essas funções assinale as que são:
 1.3.1. Injetivas
 1.3.2. Sobrejetivas
 1.4. Indique, entre as funções, se possível:
 1.4.1. A ordenada na origem
 1.4.2. Os zeros

2. Considere os diagramas seguintes onde estão representadas várias relações entre conjuntos.



- 2.1. Indique quais dos diagramas seguintes definem funções de A em B.
 2.2. Indique o contradomínio dessas funções.
 2.3. Entre essas funções assinale as que são:
 2.3.1. Injetivas
 2.3.2. Sobrejetivas
 2.4. Indique, entre as funções, se possível:
 2.4.1. A ordenada na origem
 2.4.2. Os zeros

3. Considere a função f representada pelo diagrama seguinte.

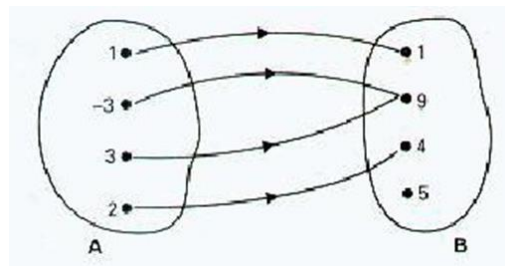
3.1. Determine

3.1.1. D_f e D'_f

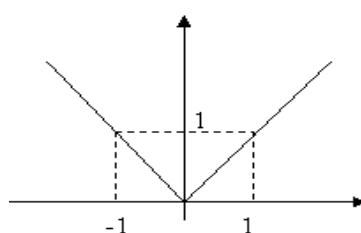
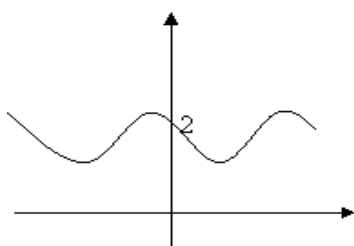
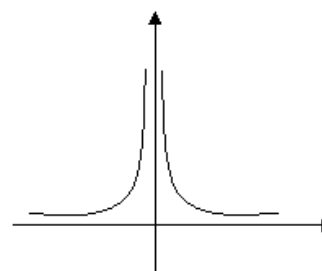
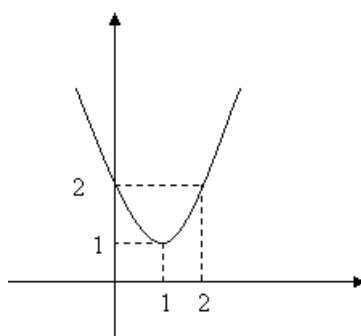
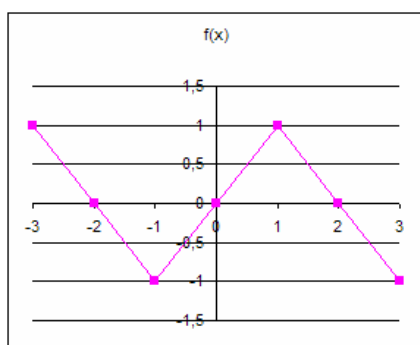
3.1.2. $f(1)$ e $f(2)$

3.2. Esta função é injetiva? Justifique.

3.3. Escreva uma expressão analítica para esta função



4. A partir dos gráficos a seguir, classifique como par, ímpar ou sem paridade as funções que eles representam:



5. Classifique cada uma das funções a seguir como ímpar, par ou sem paridade:

$$f(x) = x^2$$

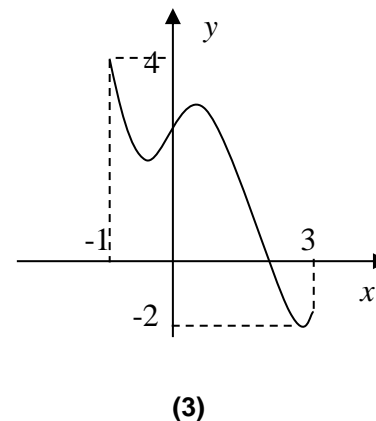
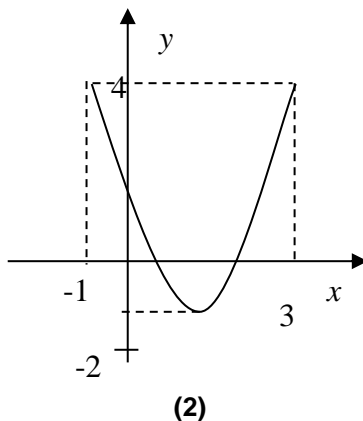
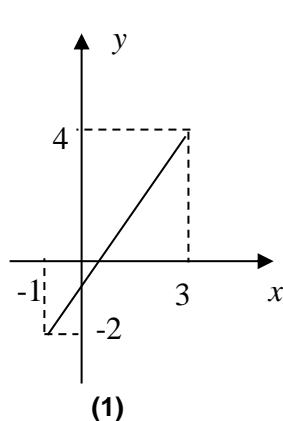
$$g(x) = 4x$$

$$h(x) = \sqrt{2}$$

$$j(x) = x^2 + 4$$

$$l(x) = x^3 - 1$$

6. Em cada uma das figuras seguintes estão ilustrados os gráficos representativos de funções definidas de $A = [-1, 3]$ em $B = [-2, 4]$. Identifique quais desses gráficos representam funções sobrejetivas. Classifique estas funções quanto à injetividade.



7. Considere as funções com domínio nos números reais dadas por $f(x) = 3x^2 - x + 5$ e $g(x) = -2x + 9$.

7.1. Calcule o valor de $\frac{f(0) + g(1)}{f(1)}$

7.2. Determine os zeros e a ordenada na origem de cada uma das funções.

7.3. Determine o valor de x tal que $f(x) = g(x)$.

8. Determine o domínio das funções definidas por:

8.1. $y = \frac{3x+1}{\sqrt{x-3}}$

8.2. $y = \frac{\sqrt[4]{5x+2}}{\sqrt{-2x+4}}$

9. Considere a função definida em $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ por $f(x) = 5 + \frac{3}{x+2}$. Determine:

9.1. $f(-5)$

9.2. A ordenada na origem

9.3. Os zeros da função (se existirem).

9.4. O elemento do domínio cuja imagem é igual a -1 .

10. Considere as funções **f** e **g** definidas por $f(x) = \frac{1-x^2}{x}$ e $g(x) = \sqrt{x}$. Determine:

10.1. O domínio das funções

10.2. Os zeros das funções

10.3. A ordenada na origem das funções (se existir)

10.4. O valor de $\frac{f(-2)}{g(4)}$.

11. Observe a função **f** cujo gráfico está representado ao lado.

11.1. Indique

11.1.1. o domínio e a imagem de **f**.

11.1.2. os intervalos onde **f** é crescente e decrescente.

11.1.3. os zeros

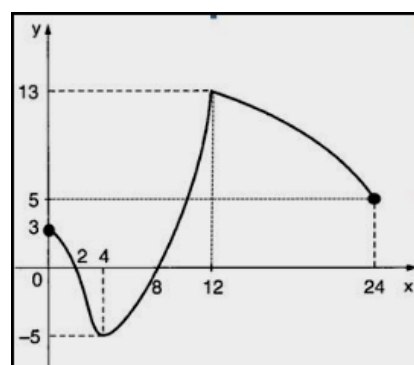
11.1.4. os extremos, se existirem

11.1.5. os intervalos onde $f > 0$ e $f < 0$

11.2. A função é injetiva? Justifique.

11.3. A função é limitada? Justifique.

11.4. Calcule o valor de $f(0) + f(2) + f(4) + f(12) + f(24)$



12. Considere a função f cujo gráfico está representado ao lado.

12.1. Indique

12.1.1. o domínio e a imagem de f .

12.1.2. os zeros

12.1.3. os extremos, se existirem

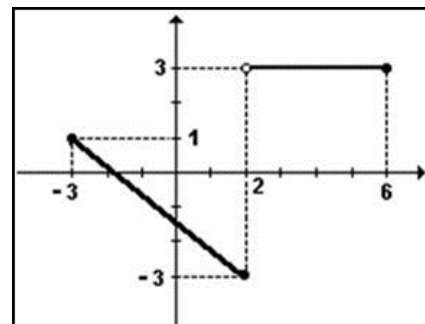
12.1.4. os intervalos onde $f > 0$ e $f < 0$

12.2. A função é injetiva? Justifique.

12.3. Caracterize a função quanto à monotonia.

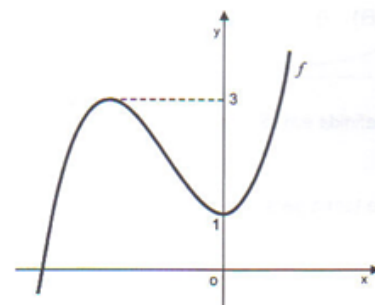
12.4. Calcule o valor de $\frac{f(5)}{f(-3) - f(2)}$

12.5. Escreva uma expressão analítica para a função.



13. Seja f uma função polinomial de terceiro grau, cujo gráfico se encontra parcialmente representado na figura. Quantas são as soluções da equação $f(x) = 2$?

- (A) Quatro (B) Três (C) Duas (D) Uma



14. De uma função g , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que:

- $g(0) = 1$
- g é estritamente crescente em
- g é par

- (A) O contradomínio de g é $[0; +\infty[$
 (B) g é injetiva
 (C) g é estritamente crescente em \mathbb{R}
 (D) g não tem zeros.

Indique qual das afirmações ao lado é verdadeira.

15. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} , injetiva e tal que $f(0) = 0$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) f não tem zeros. (C) f tem exatamente dois zeros.
 (B) f tem exatamente um zero. (D) f tem mais do que dois zeros

16. De uma função h , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que:

- $h(0) = 0$
- h é estritamente crescente no intervalo $[0, 2]$
- h é uma função par

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) $h(-1) < 0$
 (B) h é estritamente decrescente no intervalo $[-1, 0]$
 (C) $h(-2) + h(2) = 0$
 (D) h tem um máximo relativo para $x = 0$

Soluções:

1.

1.1 (c) T e (d) V

1.3

1.3.1 T

1.4 Indique, entre as funções, se possível:

1.4.1 1 ($=T(0)$) e 1 ($=V(0)$)

2.

2.1 Todas

2.2 $D'_R = \{1, 2\}; D'_S = \{0, 2\}; D'_T = \{0, 1, 2\}; D'_V = \{-1, 1\}$

1.2 $D'_T = \{-2, -1, 1, 3\}$ e $D'_V = \{1\}$

1.3.2 Nenhuma

1.4.2 Não têm

2.3

2.3.1 Nenhuma

2.3.2 T

2.4 Indique, entre as funções, se possível:

2.4.1 $1 (=R(0)); 0 (=S(0)); 1 (=T(0))$ e $-1 (=V(0))$ 2.4.2 R: não tem zeros; S: $x=0 \vee x=-1$; T: $x=-1$; V não tem zeros

3.

3.1

3.1.1 $D_f = \{-3, 1, 2, 3\}$ e $D'_f = \{1, 4, 9\}$ 3.1.2 $f(1) = 1$ e $f(2) = 4$ 3.2 Não porque $f(-3) = f(3)$ 3.3 $f(x) = x^2$

4. Ímpar / sem paridade / par / sem paridade / par

5. Par / Ímpar / par / Par / sem paridade

6. (1) Sobrejetiva e Injetiva (bijetiva) (2) Não sobrejetiva nem injetiva (3) Sobrejetiva mas não injetiva

7.

7.1 12/7

7.2 f não tem zeros reais e a ordenada na origem é 5; $g(x)=0: x = 9/2$ e a ordenada na origem é 9.7.3 $f(x) = g(x)$ sse $x=1 \vee x=-4/3$

8.

8.1 $D =]3, +\infty[$ 8.2 $D = \left[-\frac{2}{5}, 2\right[$

9.

9.1 4

9.2 13/2

9.3 -13/5

9.4 $x = -5/2$

10.

10.1 $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $D_f = \mathbb{R}_0^+$ 10.2 Os zeros de $f: x=-1 \vee x=1$; zeros de $g: x=0$

10.3 f: não existe; g: 0

10.4 3/4

11.

11.1

11.1.1 $D_f = [0, 24]$ e $D'_f = [-5, 13]$ 11.1.2 Decrescente em $]0, 4[\cup]12, 24[$ e crescente em $]4, 12[$ 11.1.3 $x=2 \vee x=8$ 11.1.4 mínimo -5 para $x=4$ e máximo 13 para $x=12$ 11.1.5 $f > 0$ em $[0, 2[\cup]8, 24]$ e $f < 0$ em $]2, 8[$

11.2 Não porque tem 2 zeros (por exemplo)

11.3 Sim, todos os valores da função estão entre -5 e 13 inclusive

11.4 16 ($3+0-5+13+5$)

12.

12.1

12.1.1 $D_f = [-3, 6]$ e $D'_f = [-3, 1] \cup \{3\}$ 12.1.2 $x = -7/4$ 12.1.3 mínimo -3 para $x=2$ e máximo 1 para $x=-3$ 12.1.4 $f > 0$ em $\left[-3, -\frac{7}{4}\right[\cup]2, 6]$ e $f < 0$ em $\left]-\frac{7}{4}, 2\right]$ 12.2 Não porque, por exemplo, $f(3) = f(4)$ 12.3 Decrescente em $] -3, 2[$ e constante em12.4 $\frac{3}{4}$ $]2, 6]$ 12.5
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{5}x - \frac{7}{5} & \Leftarrow -3 \leq x \leq 2 \\ 3 & \Leftarrow 2 < x \leq 6 \end{cases}$$

13. (B)

14. (D)

15. (B)

16. (B)

Fontes: Filomena Soares e Paula Nunes – 2000 - 2016 Textos de Apoio de várias UCs de Matemática – ESEIG/IPP