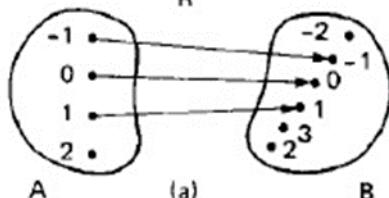


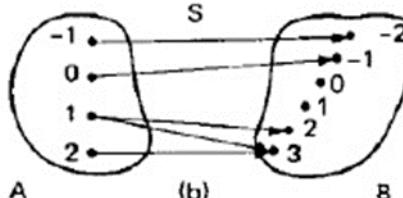
### Conceitos Gerais sobre Funções

1. Considere os diagramas seguintes onde estão representadas relações de  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$  em  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

R

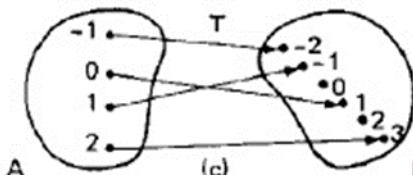


(a)

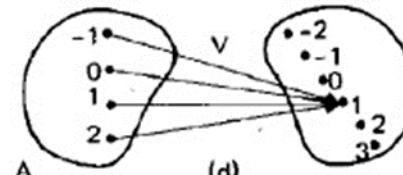


(b)

T



(c)



(d)

- 1.1. Indique quais dos diagramas seguintes definem funções de A em B.

- 1.2. Indique o contradomínio dessas funções.

- 1.3. Entre essas funções assinale as que são:

- 1.3.1. Injetivas

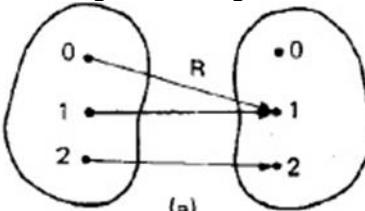
- 1.3.2. Sobrejetivas

- 1.4. Indique, entre as funções, se possível:

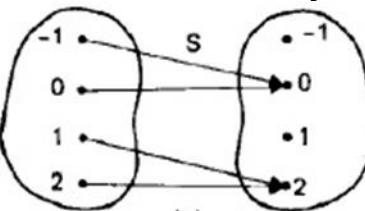
- 1.4.1. A ordenada na origem

- 1.4.2. Os zeros

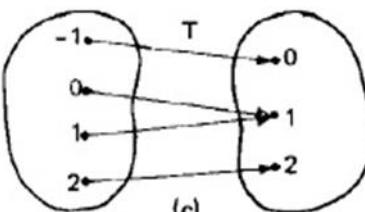
2. Considere os diagramas seguintes onde estão representadas várias relações entre conjuntos.



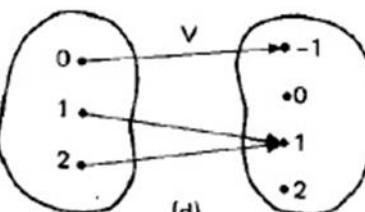
(a)



(b)



(c)



(d)

- 2.1. Indique quais dos diagramas seguintes definem funções de A em B.

- 2.2. Indique o contradomínio dessas funções.

- 2.3. Entre essas funções assinale as que são:

- 2.3.1. Injetivas

- 2.3.2. Sobrejetivas

- 2.4. Indique, entre as funções, se possível:

- 2.4.1. A ordenada na origem

- 2.4.2. Os zeros

**3.** Considere a função  $f$  representada pelo diagrama seguinte.

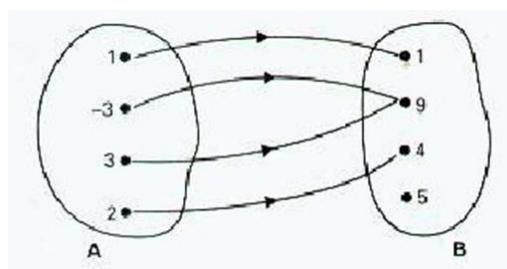
**3.1.** Determine

**3.1.1.**  $D_f$  e  $D'_f$

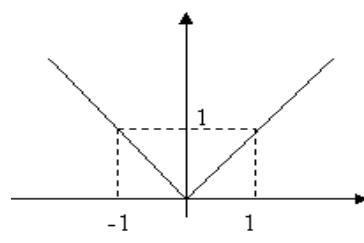
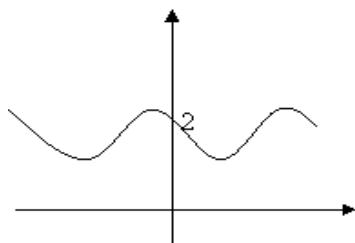
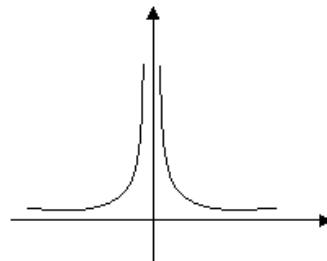
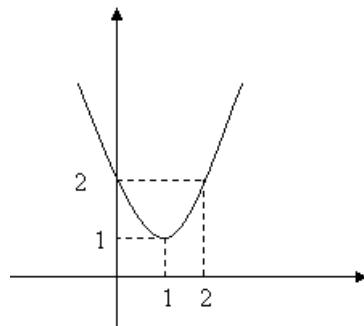
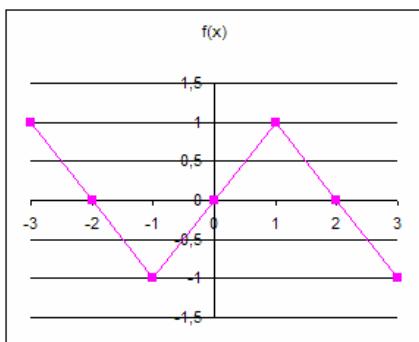
**3.1.2.**  $f(1)$  e  $f(2)$

**3.2.** Esta função é injetiva? Justifique.

**3.3.** Escreva uma expressão analítica para esta função



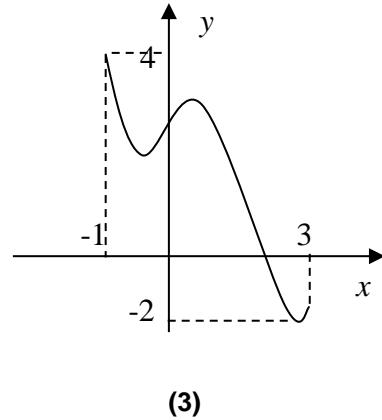
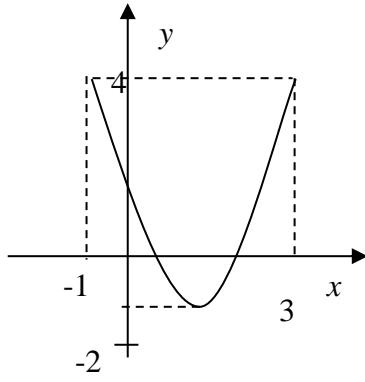
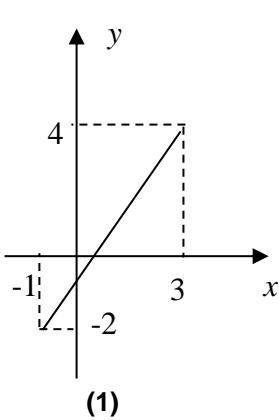
**4.** A partir dos gráficos a seguir, classifique como par, ímpar ou sem paridade as funções que eles representam:



**5.** Classifique cada uma das funções a seguir como ímpar, par ou sem paridade:

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = 4x \quad h(x) = \sqrt{2} \quad j(x) = x^2 + 4 \quad l(x) = x^3 - 1$$

**6.** Em cada uma das figuras seguintes estão ilustrados os gráficos representativos de funções definidas de  $A = [-1, 3]$  em  $B = [-2, 4]$ . Identifique quais desses gráficos representam funções sobrejetivas. Classifique estas funções quanto à injetividade.



**7.** Considere as funções com domínio nos números reais dadas por  $f(x) = 3x^2 - x + 5$  e  $g(x) = -2x + 9$ .

**7.1.** Calcule o valor de  $\frac{f(0) + g(1)}{f(1)}$

**7.2.** Determine os zeros e a ordenada na origem de cada uma das funções.

**7.3.** Determine o valor de  $x$  tal que  $f(x) = g(x)$ .

**8.** Determine o domínio das funções definidas por:

**8.1.**  $y = \frac{3x+1}{\sqrt{x-3}}$

**8.2.**  $y = \frac{\sqrt[4]{5x+2}}{\sqrt{-2x+4}}$

**9.** Considere a função definida em  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  por  $f(x) = 5 + \frac{3}{x+2}$ . Determine:

**9.1.**  $f(-5)$

**9.2.** A ordenada na origem

**9.3.** Os zeros da função (se existirem).

**9.4.** O elemento do domínio cuja imagem é igual a  $-1$ .

**10.** Considere as funções  $f$  e  $g$  definidas por  $f(x) = \frac{1-x^2}{x}$  e  $g(x) = \sqrt{x}$ . Determine:

**10.1.** O domínio das funções

**10.2.** Os zeros das funções

**10.3.** A ordenada na origem das funções (se existir)

**10.4.** O valor de  $\frac{f(-2)}{g(4)}$ .

**11.** Observe a função  $f$  cujo gráfico está representado ao lado.

**11.1.** Indique

**11.1.1.** o domínio e a imagem de  $f$ .

**11.1.2.** os intervalos onde  $f$  é crescente e decrescente.

**11.1.3.** os zeros

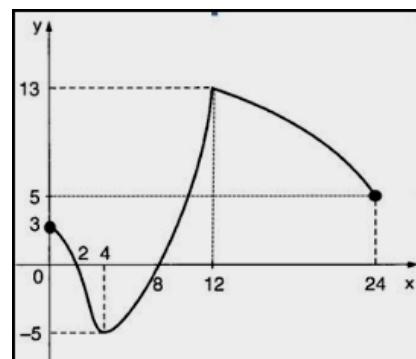
**11.1.4.** os extremos, se existirem

**11.1.5.** os intervalos onde  $f > 0$  e  $f < 0$

**11.2.** A função é injetiva? Justifique.

**11.3.** A função é limitada? Justifique.

**11.4.** Calcule o valor de  $f(0) + f(2) + f(4) + f(12) + f(24)$



**12.** Considere a função  $f$  cujo gráfico está representado ao lado.

**12.1.** Indique

**12.1.1.** o domínio e a imagem de  $f$ .

**12.1.2.** os zeros

**12.1.3.** os extremos, se existirem

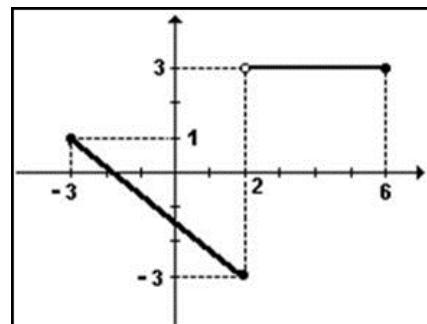
**12.1.4.** os intervalos onde  $f > 0$  e  $f < 0$

**12.2.** A função é injetiva? Justifique.

**12.3.** Caracterize a função quanto à monotonia.

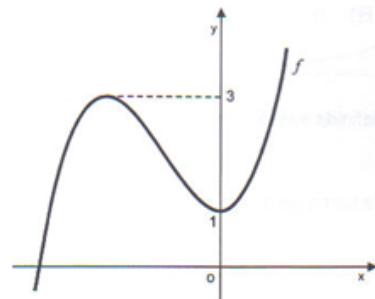
**12.4.** Calcule o valor de  $\frac{f(5)}{f(-3) - f(2)}$

**12.5.** Escreva uma expressão analítica para a função.



**13.** Seja  $f$  uma função polinomial de terceiro grau, cujo gráfico se encontra parcialmente representado na figura. Quantas são as soluções da equação  $f(x) = 2$ ?

- (A) Quatro      (B) Três      (C) Duas      (D) Uma



**14.** De uma função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que:

- $g(0) = 1$
  - $g$  é estritamente crescente em
  - $g$  é par
- Indique qual das afirmações ao lado é verdadeira.
- (A) O contradomínio de  $g$  é  $[0; +\infty[$   
 (B)  $g$  é injetiva  
 (C)  $g$  é estritamente crescente em  $\mathbb{R}$   
 (D)  $g$  não tem zeros.

**15.** Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$ , injetiva e tal que  $f(0) = 0$ . Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A)  $f$  não tem zeros.  
 (B)  $f$  tem exatamente um zero.  
 (C)  $f$  tem exatamente dois zeros.  
 (D)  $f$  tem mais do que dois zeros

**16.** De uma função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que:

- $h(0) = 0$
- $h$  é estritamente crescente no intervalo  $[0, 2]$
- $h$  é uma função par

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A)  $h(-1) < 0$   
 (B)  $h$  é estritamente decrescente no intervalo  $[-1, 0]$   
 (C)  $h(-2) + h(2) = 0$   
 (D)  $h$  tem um máximo relativo para  $x = 0$

### Soluções:

**1.**

**1.1** (c) T e (d) V

**1.2**  $D'_T = \{-2, -1, 1, 3\}$  e  $D'_V = \{1\}$

**1.3**

**1.3.1** T

**1.4** Indique, entre as funções, se possível:

**1.4.1** 1 ( $=T(0)$ ) e 1 ( $=V(0)$ )

**1.3.2** Nenhuma

**1.4.2** Não têm

**2.**

**2.1** Todas

**2.2**  $D'_R = \{1, 2\}; D'_S = \{0, 2\}; D'_T = \{0, 1, 2\}; D'_V = \{-1, 1\}$

**2.3****2.3.1** Nenhuma**2.4** Indique, entre as funções, se possível:**2.4.1** 1 ( $=R(0)$ ); 0 ( $=S(0)$ ); 1 ( $=T(0)$ ) e -1 ( $=V(0)$ )**2.4.2** R: não tem zeros; S:  $x=0 \vee x=-1$ ; T:  $x=-1$ ; V não tem zeros**3.****3.1****3.1.1**  $D_f = \{-3, 1, 2, 3\}$  e  $D'_f = \{1, 4, 9\}$ **3.2** Não porque  $f(-3) = f(3)$ **2.3.2 T****3.1.2**  $f(1) = 1$  e  $f(2) = 4$ **3.3**  $f(x) = x^2$ **4.** Ímpar / sem paridade / par / sem paridade / par**5.** Par / Ímpar / par / Par / sem paridade**6.** (1) Sobrejetiva e Injetiva (bijetiva) (2) Não sobrejetiva nem injetiva**7.****7.1** 12/7**7.2** f não tem zeros reais e a ordenada na origem é 5;  $g(x)=0$ :  $x = 9/2$  e a ordenada na origem é 9.**7.3**  $f(x) = g(x)$  sse  $x=1 \vee x=-4/3$ **8.****8.1**  $D = ]3, +\infty[$ **8.2**  $D = \left[-\frac{2}{5}, 2\right]$ **9.****9.1** 4**9.2** 13/2**9.3** -13/5**9.4**  $x=-5/2$ **10.****10.1**  $D_f = IR \setminus \{0\}$  e  $D'_f = IR_0^+$ **10.3** f: não existe; g: 0**10.2** Os zeros de  $f: x=-1 \vee x=1$ ; zeros de  $g: x=0$ **11.****11.1****11.1.1**  $D_f = [0, 24]$  e  $D'_f = [-5, 13]$ **11.1.2** Decrescente em  $]0, 4[ \cup ]12, 24[$  e crescente em  $]4, 12[$ **11.1.3**  $x=2 \vee x=8$ **11.1.4** mínimo -5 para  $x=4$  e máximo 13 para  $x=12$ **11.1.5**  $f > 0$  em  $[0, 2[ \cup ]8, 24]$  e  $f < 0$  em  $]2, 8[$ **11.2** Não porque tem 2 zeros (por exemplo)**11.3** Sim, todos os valores da função estão entre -5 e 13 inclusive**11.4** 16 ( $3+0-5+13+5$ )**12.****12.1****12.1.1**  $D_f = [-3, 6]$  e  $D'_f = [-3, 1] \cup \{3\}$ **12.1.2**  $x=-7/4$ **12.1.3** mínimo -3 para  $x=2$  e máximo 1 para  $x=-3$ **12.1.4**  $f > 0$  em  $\left[-3, -\frac{7}{4}\right] \cup ]2, 6]$  e  $f < 0$  em  $\left]-\frac{7}{4}, 2\right]$ **12.2** Não porque, por exemplo,  $f(3) = f(4)$ **12.3** Decrescente em  $]-3, 2[$  e constante em  $]2, 6]$ **12.4**  $\frac{3}{4}$ **12.5**  $f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{5}x - \frac{7}{5} & \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 2 \\ 3 & \Leftrightarrow 2 < x \leq 6 \end{cases}$ **13. (B)****14. (D)****15. (B)****16. (B)**

Fontes: Filomena Soares e Paula Nunes – 2000 - 2016 Textos de Apoio de várias UCs de Matemática – ESEIG/IPP