OPERAÇÕES COM FUNÇÕES

1. Sendo $f(x)=x^2+4x+5$, determine o valor, ou expressão, da forma mais simplificada:

1.1. $f(2)$ **1.2.** $2f(x)$ **1.3.** $f(2x)$ **1.4.** $f(x)+2$ **1.5.** $f(x-2)$ **1.6.** $f(-x)$

2. Sendo $f(x)=x^3-5$, determine o valor, ou expressão, da forma mais simplificada:

2.1. $f(-1)$ **2.2.** $4f(x)$ **2.3.** $f(4x)$ **2.4.** $f(x)+5$ **2.5.** $f(x+5)$ **2.6.** $f(-x)$

3. Sendo $f(x)=|x|$, escreva as seguintes expressões à custa de f :

3.1. $|x|-4$ **3.2.** $|x-4|$ **3.3.** $2|x|$ **3.4.** $|2x|$

3.5. $3-|x|$ **3.6.** $|x+3|-2$ **3.7.** $\frac{1}{|x|}$ **3.8.** $|-x|$

4. Sendo $f(x)=x^3$, escreva as seguintes expressões à custa de f :

4.1. x^3+1 **4.2.** $(x+1)^3$ **4.3.** $4x^3$ **4.4.** $(4x)^3$

4.5. $2x^3+3$ **4.6.** $2(x^3+3)$ **4.7.** $-x^3+2$ **4.8.** $(-x+5)^3$

5. Sendo $f(x)=\sqrt{x}$, escreva as seguintes expressões à custa de f :

5.1. $\sqrt{x}-1$ **5.2.** $\sqrt{x+3}$ **5.3.** $\sqrt{2x-1}$ **5.4.** $-4\sqrt{x}$

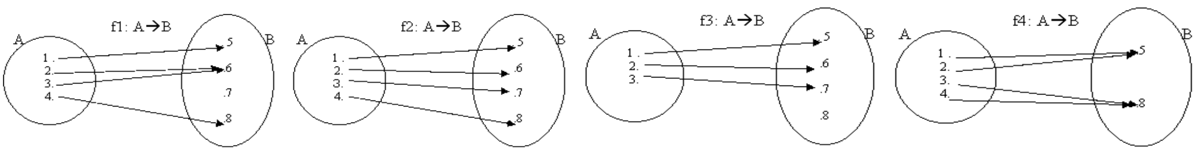
6. Sendo $f(x)=x^2-x$ e $g(x)=x+1$, calcule (determine):

6.1. $(f+g)(-2)$ **6.2.** $(g-f)(5)$ **6.3.** $(f\times g)(3)$ **6.4.** $\left(\frac{f}{g}\right)(-1)$

6.5. $(f\circ g)(2)$ **6.6.** $(g\circ f)(2)$ **6.7.** $(g\circ f\circ g)(0)$ **6.8.** $(f\circ f)(-2)$

6.9. $(f\circ g)(x)$ **6.10.** $(g\circ f)(x)$ **6.11.** $(f\circ f)(x)$ **6.12.** $(g\circ g)(x)$

7. Das funções definidas pelos seguintes diagramas de flechas, qual delas admite função inversa? Justifique.



8. Sendo $f(x)=\frac{4}{x+1}$ e $g(x)=2x-1$, calcule (determine):

8.1. D_f **8.2.** D_g **8.3.** $f^{-1}(2)$ **8.4.** $g^{-1}(2)$

8.5. $(g\circ f)(1)$ **8.6.** $(f\circ g)(0)$ **8.7.** $D_{f\circ g}$ **8.8.** $D_{g\circ f}$

8.9. $(f\circ g)(x)$ **8.10.** $(g\circ f)(x)$ **8.11.** $f^{-1}(x)$ **8.12.** $g^{-1}(x)$

8.13. D'_f **8.14.** D'_g

9. Seja f uma f.r.v.r. definida por $f(x)=\dfrac{5x-4}{x^2+2}$

9.1. Resolva a equação $f(x)=1$, apresentando todos os cálculos.

9.2. A partir dos resultados obtidos na alínea anterior, é possível concluir que f não é injetiva? Justifique.

10. Para cada uma das funções definidas pelas expressões seguintes, determine: o Domínio, o Contradomínio e a expressão que define a respectiva função inversa.

10.1. $f(x)=\dfrac{2x-5}{3}$ **10.2.** $h(x)=\dfrac{2x+1}{x-3}$ **10.3.** $i(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ **10.4.** $j(x)=\dfrac{x}{x-2}$

11. Considere as f.r.v.r. definidas por $f(x)=\dfrac{x+2}{3}$ e $g(x)=5x-7$. Resolva as equações

11.1. $f(x)=f^{-1}(x)$ **11.2.** $g(x)=g^{-1}(x)$ **11.3.** $\left(g\circ f^{-1}\right)(x)=g(x)$

12. Mostre que:

12.1. Se $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-2}$ então $f\left[f(x)\right]=x$

12.2. Se $g(1+x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ então $g(3)=\dfrac{2}{5}$

12.3. Se $f\left[g(x)\right]=4x^2-8x+6$ e $g(x)=2x-1$, então $f(2)=3$.

12.4. Se f^{-1} é a função inversa de f e $f(x)=2x-3$, então $f^{-1}(2)=\frac{1}{2}$.

12.5. Sendo $f(x)=2x+1$ e $g(x)=-x^2-x$, então $f\left[g(-1)\right]-f^{-1}(5)=4$

12.6. O domínio da função real $g(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x-7}}$ é dado por $D_g=\{x\in\mathbb{R}: x\le 2 \vee x>7\}$

12.7. O domínio da f.r.v.r. $g(x)=\sqrt{-x^2+2x+3}$ é dado por $D_g=\{x\in\mathbb{R}: -1\le x\le 3\}$

12.8. O domínio da função $g(x)=\dfrac{1-2x}{\sqrt[3]{x^2-x}}$ é $D_g=\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$

12.9. O domínio da função $h(x)=\sqrt{2-\sqrt[3]{x^2-8}}$ é dado por $D_h=\{x\in\mathbb{R}: -4\le x\le 4\}$

12.10. O domínio da função $g(x)=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-9x+14}}$ é dado por $D_g=\{x\in\mathbb{R}: x<2 \vee x>7\}$

12.11. O domínio da função $g(x)=\dfrac{2x-1}{\sqrt[3]{x^2-9x+14}}$ é dado por $D_g=\mathbb{R}\setminus\{2,7\}$

12.12. O domínio da f.r.v.r. $g(x)=\dfrac{1-x}{\sqrt{-x^2+2x+3}}$ é dado por $D_g=\{x\in\mathbb{R}: -1<x<3\}$

12.13. O domínio da função $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-2x}{x^2-x-2}}$ é $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}: x<-1 \vee \frac{1}{2}\le x\le 2\right\}$

Soluções:

1.

1.1 17 **1.2** $2x^2+8x+10$ **1.3** $4x^2+8x+5$ **1.4** x^2+4x+7 **1.5** x^2+1 **1.6** x^2-4x+5

2.

2.1 -6 **2.2** $4x^3-20$ **2.3** $64x^3-5$ **2.4** x^3 **2.5** $x^3+15x^2+75x+120$ **2.6** $-x^3-5$

3.

3.1 $f(x)-4$ **3.2** $f(x-4)$ **3.3** $2f(x)$ **3.4** $f(2x)$

3.5 $3-f(x)$ **3.6** $f(x+3)-2$ **3.7** $\dfrac{1}{f(x)}$ **3.8** $f(-x)$

4.

4.1 $f(x)+1$ **4.2** $f(x+1)$ **4.3** $4f(x)$ **4.4** $f(4x)$

4.5 $2f(x)+3$ **4.6** $2(f(x)+3)$ **4.7** $-f(x)+2$ **4.8** $f(-x+5)$

5.

5.1 $f(x)-1$ **5.2** $f(x+3)$ **5.3** $f(2x-1)$ **5.4** $-4f(x)$

6.

6.1 5 **6.2** -14 **6.3** 24 **6.4** Não definido

6.5 6 **6.6** 3 **6.7** 1 **6.8** 30

6.9 x^2+x **6.10** x^2-x+1 **6.11** x^4-2x^3+x **6.12** $x+2$

7. f1 não, não é injetiva; f2 sim pois é bijetiva, logo tem inversa (direta), e f3 (de B em A) não porque 8 não teria imagem, no entanto, se restringirmos o domínio da inversa ao conjunto {5,6,7}, podemos definir a inversa de f3; f4 não porque não é injetiva.

8.

8.1 $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ **8.2** $\mathbb{R}$ **8.3** 1 **8.4** $\frac{3}{2}$

8.5 3 **8.6** Não definido **8.7** $\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}$ **8.8** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

8.9 $\dfrac{2}{x}$ **8.10** $\dfrac{7-x}{x+1}$ **8.11** $f^{-1}(x)=\dfrac{4-x}{x}$ **8.12** $g^{-1}(x)=\dfrac{x+1}{2}$

8.13 $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ **8.14** $\mathbb{R}$

9.

9.1 $x=2\vee x=3$

9.2 não é injetiva pois há dois objetos diferentes (2 e 3) que têm a mesma imagem (1)

10.

10.1 $D_f=D'_f=\mathbb{R}$, $f^{-1}(x)=\dfrac{3x+5}{2}$

10.2 $D_h=\mathbb{R}\setminus\{3\}$, $h^{-1}(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$, $D'_h=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

10.3 $D_i=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, $i^{-1}(x)=\dfrac{x+1}{1-x}$, $D'_i=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

10.4 $D_j=\mathbb{R}\setminus\{2\}$, $j^{-1}(x)=\dfrac{2x}{x-1}$, $D'_j=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

11. $f(x)=\dfrac{x+2}{3}\Rightarrow f^{-1}(x)=3x-2$ e $g(x)=5x-7\Rightarrow g^{-1}(x)=\dfrac{x+7}{5}$ e $(g\circ f^{-1})(x)=15x-17$

11.1 $x=1$ **11.2** $x=\frac{7}{4}$ **11.3** $x=1$

Fontes: Filomena Soares e Paula Nunes – 2000 - 2016 Textos de Apoio de várias UCs de Matemática – ESEIG/IPP e outros