

Aplicació al cas 1^∞

Si $f(x)$ és una funció no nul·la tal que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$, llavors es compleix que

$$\lim_{x \rightarrow a} (1 + f(x))^{\frac{1}{f(x)}} = e$$

Si suposem ara que $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = 1$ i $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$, utilitzant les identitats

$$h(x)^{g(x)} = (1 + (h(x) - 1))^{g(x)} = \left[(1 + (h(x) - 1))^{\frac{1}{h(x) - 1}} \right]^{(h(x) - 1)g(x)}$$

tindrem que

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x)^{g(x)} = e^\lambda \quad \text{on} \quad \lambda = \lim_{x \rightarrow a} (h(x) - 1)g(x)$$

sempre que aquest darrer límit existeixi.

Exemple 11.7.3 Calculeu $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{3x}$

Aquest límit és del tipus 1^∞

Calculem

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} - 1 \right) 3x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right) 3x = 3$$

Per tant,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{3x} = e^3$$